ද්විපද ප්‍රසාරණය

* වැදගත් කරුණු ද්විපද ප්‍රසාරණය කිරීම අවශ්‍ය වේ.

ද්විපද ප්‍රසාරණය
- ① පැස්කල් ත්‍රිකෝණය මගින්
- ② ද්විපද ප්‍රමේයය මගින්

01 පැස්කල් ත්‍රිකෝණය මගින්

1 ← බලය = 0

1 1 ← බලය = 1

1 2 1 ← බලය = 2

1 3 3 1 ← බලය = 3

1 4 6 4 1 ← බලය = 4

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

a: $4 \longrightarrow 1$

b: $1 \longrightarrow 4$

Note - විශේෂ අංකනය

(01) ක්‍රමාරෝපිත අංකනය (! , L)

- ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා පමණි
- මෙම සංඛ්‍යාව සිට 1 දක්වා සංඛ්‍යාවල ගුණිතය

$\lfloor 1 = 1$
$0! = 1$
$r! = r.(r-1)!$

උදා: සුළු කරන්න

① $\dfrac{(n+1)!}{(n+3)!} = \dfrac{\cancel{(n+1)!}}{(n+3)(n+2)\cancel{(n+1)!}}$

$= \dfrac{1}{(n+3)(n+2)}$

(02) ${}^nC_r$ අංකනය

සංයෝජන

$$\boxed{{}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}}$$

${}^nC_0 = 1$
${}^nC_1 = n$
${}^nC_n = 1$
${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$

උදා ① ${}^8C_3 = \dfrac{8!}{3!\,5!} = \dfrac{8.7.6.\cancel{5!}}{3!\,.\cancel{5!}}$

$= \dfrac{8.7.6}{3.2.1}$

$= 56$

උදා ② ${}^7C_3 = {}^7C_4$

02 ද්විපද ප්‍රමේයය මගින් ද්විපද ප්‍රසාරණය

02 ද්විපද ප්‍රමේයය
- ① $(a+b)^n$ ප්‍රසාරණය
- ② $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණය

02 ① $(a+b)^n$ ප්‍රසාරණය

$$\boxed{(a+b)^n = {}^nC_0 a^n b^0 + {}^nC_1 a^{n-1} b^1 + {}^nC_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}^nC_n a^0 b^n}$$

${}^nC_0 \Rightarrow$ $n \longrightarrow n$, $0 \longrightarrow n$ පොදුවේ ක්‍රමයෙන් වැඩි වේ

$a^n \Rightarrow n \longrightarrow 0$

$b^0 \Rightarrow 0 \longrightarrow n$

උදා: $(x^2+y^3)^5$

$= {}^5C_0(x^2)^5(y^3)^0 + {}^5C_1(x^2)^4(y^3)^1 + {}^5C_2(x^2)^3(y^3)^2 + {}^5C_3(x^2)^2(y^3)^3 + {}^5C_4(x^2)^1(y^3)^4 + {}^5C_5(x^2)^0(y^3)^5$

$= 1x^{10} + 5x^8y^3 + \dfrac{5!}{2!\,3!}(x^6)y^6 + {}^5C_3\, x^4y^9 + {}^5C_4\, x^2y^{12} + y^{15}$

$\dfrac{5.4.\cancel{3!}}{2!\,.\cancel{3!}} = \dfrac{5.4}{2.1}$

$= x^{10} + 5x^8y^3 + 10x^6y^6 + 10x^4y^9 + 5x^2y^{12} + y^{15}$

02 ⓐ $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණය

$$\boxed{(1+x)^n = {}^nC_0 x^0 + {}^nC_1 x^1 + \dots + {}^nC_n x^n}$$

$$C_0 \Rightarrow n \longrightarrow n$$
$$0 \longrightarrow n$$
$$x^0 \Rightarrow 0 \longrightarrow n$$

මෙම අගයන් වෙනස් වන ආකාරය

සංකීර්ණ ආකාර

$$(1+x)^5 = (1+x)^5$$
$$(1+\sqrt{2})^5 = (1+\sqrt{2})^5$$
$$(1-2x)^5 = (1+(-2x))^5$$

උදා: $(1-2x)^4$

$$(1+(-2x))^4$$
$$= {}^4C_0(-2x)^0 + {}^4C_1(-2x)^1 + {}^4C_2(-2x)^2 + {}^4C_3(-2x)^3 + {}^4C_4(-2x)^4$$
$$= 1 + 4.(-2)x + \dots + 4.(-8)x^3 + 1.16.x^4$$
$$\cancel{= 1 + 8x + 32x^3 + 16x^4}$$
$$= 1 - 8x + 24x^2 - 32x^3 + 16x^4$$

$(a+b)^n$ ප්‍රසාරණයේ වැදගත් ලක්ෂණ

$$(a+b)^n = {}^nC_0 a^n b^0 + \dots + {}^nC_n a^0 b^n$$

① පද $(n+1)$ක් ඇත.

② $(a+b)^n$ ප්‍රසාරණය මෙසේ ලියා දැක්විය හැක

$$1 \text{ පදය} = {}^nC_0 a^n b^0$$
$$2 \text{ පදය} = {}^nC_1 a^{n-1} b^1$$
$$3 \text{ පදය} = {}^nC_2 a^{n-2} b^2$$

$$T_r = {}^nC_{r-1} a^{n-(r-1)} b^{(r-1)}$$

③ සාධාරණ පදය $(r+1)$ වන පදයයි

$$\boxed{T_{r+1} = {}^nC_r a^{n-r} b^r}$$

④ $(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} T_{r+1}$

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r a^{n-r} b^r}$$

$(1+x)^n$ ප්‍රසාරණයේ වැදගත් ලක්ෂණ

$$(1+x)^n = {}^nC_0 x^0 + \dots + {}^nC_n x^n$$

① පද $(n+1)$ක් ඇත

② $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණය මෙසේ ලියා දැක්විය හැක

③ සාධාරණ පදය $(r+1)$ වන පදයයි

$$\boxed{T_{r+1} = {}^nC_r x^r}$$

④ $(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n} T_{r+1}$

$$\boxed{(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^r}$$

ගැටළු ආකාර

1. සාමාන්‍ය ගැටලු
2. මැද පදය ආශ්‍රිත ගැටලු
3. ^nC_r වල ගුණිතයන් ආශ්‍රිත ගැටළු
4. ශ්‍රේණි ආශ්‍රිත ගැටළු
5. සංගුණක වල සම්බන්ධතා ආශ්‍රිත ගැටළු
6. වෙනත් ගැටළු

$\boxed{1}$ සාමාන්‍ය ගැටලු

වැදගත් : ද්විපද ප්‍රසාරණයකදී නිශ්චිත පදයක් හෝ සංගුණකයක් අසන විට,

① මුලින් සාධාරණ පදය ලියා ගන්න

② අවශ්‍ය විට දත්ත ආදේශ කරන්න

උදා:- ① $(x^2+y)^{75}$ ප්‍රසාරණයේ

(I) 25 වන පදය

$$T_{r+1} = {}^nC_r\, a^{n-r} b^r$$

$$T_{24+1} = {}^{75}C_{24} \cdot (x^2)^{75-24} \cdot y^{24}$$

$$\cancel{T_{r+1} = \frac{75!}{25!\,3}}$$

$$T_{25} = {}^{75}C_{24} (x^2)^{51} y^{24}$$

උදා:- ② $(3x + \frac{1}{x})^6$ ප්‍රසාරණයේ

(I) x^2 අඩංගු පදය

(II) x^4 අඩංගු පදය

(III) x වලින් ස්වායත්ත පදය

$$T_{r+1} = {}^nC_r\, a^{n-r} b^r$$

$$T_{r+1} = {}^6C_r (3x)^{6-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$$

~~x^2 අඩංගු වීමට $r = 4$ විය යුතුය~~

(I) x හි බලවල ගුණාකාර සරල කරගන්න

$$T_{r+1} = {}^6C_r (3x)^{6-r} (x^{-r})$$

$$T_{r+1} = {}^6C_r\, 3^{6-r} (x)^{6-2r}$$

x^2 අඩංගු වීමට $6-2r = 2$

$$-2r = -4$$

$$r = 2$$

$$T_3 = {}^6C_2\, 3^4 x^2$$

3 වන පදය

(II) $6-2r = 4$

$$r = 1$$

$$T_2 = {}^6C_1\, 3^5 x^4$$

2 වන පදය

(III) x වලින් ස්වායත්ත වීමට x වල දර්ශකය 0 ක් විය යුතුය

$$6-2r = 0$$

$$r = 3$$

$$T_4 = {}^6C_3\, 3^3 x^0$$

$$T_4 = {}^6C_3\, 3^3$$

4 වන පදය

$\left(2x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^{24}$ ප්‍රසාරණයේ

I) x වලින් ස්වායත්ත පදය

II) x^4 අඩංගු පදයේ සංගුණකය

III) $\frac{1}{x^8}$ අඩංගු පදයේ සංගුණකය

IV) $\frac{1}{x^3}$ අඩංගු පද පවතී

$$\left[2x^2 + \left(-\frac{1}{x^2}\right)\right]^{24}$$

$$T_{r+1} = {}^{24}C_r \,(2x^2)^{24-r} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^r$$

$$= {}^{24}C_r \cdot \left[2^{24-r}\right] x^{48-2r} \frac{(-1)^r}{x^{2r}}$$

$$T_{r+1} = {}^{24}C_r \cdot \left[2^{24-r}\right] x^{48-4r} (-1)^r$$

(I) x රහිත පදය සඳහා

$48 - 4r = 0$ විය යුතුය

$12 - r = 0$
$r = 12$ විය යුතුයි.

(+1) පදය

~~$T_{13} = {}^{24}C_{13} (2x^2)^{24}$~~

$$T_{13} = {}^{24}C_{12} \cdot 2^{24-12} \cdot x^{48-48} \cdot (-1)^{12}$$

$$T_{13} = {}^{24}C_{12}\; 2^{12} \,(-1)^{12}$$

$$T_{13} = {}^{24}C_{12}\; 2^{12} \cdot 1$$

(II) x^4 අඩංගු පදය සඳහා;

$48 - 4r = 4$ විය යුතුය

$r = 11$

(+1) පදය

$$T_{12} = {}^{24}C_{12} \left[2^{13}\right] x^4 \,(-1)^{11}$$

සංගුණකය $= {}^{24}C_{12}\, 2^{13} (-1)^{11}$

(III) x^{-8} අඩංගු පදය සඳහා

$-8 = 48 - 4r$

$-2 = 12 - r$

$r = 14$

$$T_{15} = {}^{24}C_{14} \left(2^{10}\right) x^{-8} \,(-1)^{14}$$

සංගුණකය $= {}^{24}C_{14}\; 2^{10}\; (-1)^{14}$

(IV) x^{-3} අඩංගු පදය සඳහා

$-3 = 48 - 4r$

$4r = 51$

$r = \frac{51}{4}$

$r = 12\frac{3}{4}$

[∵ r පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් විය යුතුය]

∴ $\frac{1}{x^3}$ අඩංගු පද නොපවතී.

③ මැද පදය ආශ්‍රිත ගැටලු

$(a+b)^n$ හෝ $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණය සැලකූ විට; බලය $= n$ වන විට; පද $(n+1)$ ක් ඇත.

① $(n+1)$ ඔත්තේ නම්; n - ඉරට්ටේ   මැදපදය $= T_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}$ වන පදය.
② $(n+1)$ = ඉරට්ටේ නම්; n - ඔත්තේ   මැද පදය $= T_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$ හා $T_{\left(\frac{n+3}{2}\right)}$

උදා: ① $(1+3x)^{30}$ ප්‍රසාරණයේ මැදපදය සොයන්න.

පද ගණන $= n+1 = 30+1 = 31$

පද ගණන ඔත්තේ සංඛ්‍යාවකි.

මැදපදය $= T_{\frac{n}{2}+1} = T_{15+1} = T_{16}$

$T_{r+1} = {}^{30}C_r (3x)^r$

$\underline{r=15}$

$T_{16} = {}^{30}C_{15} (3x)^{15}$

උදා: ② $(x^4+y)^{17}$ මැද පද සොයන්න

පද ගණන $= n+1 = 18$

පද ගණන ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවකි,

මැදපදය $= T_{\frac{n+1}{2}}$ හා $T_{\frac{n+3}{2}}$ වේ.

$= T_9$ හා T_{10}

$T_{r+1} = {}^{17}C_r (x^4)^{17-r} (y)^r$

$r=8$

$T_9 = {}^{17}C_8 (x^4)^9 y^8$

$T_9 = {}^{17}C_8 x^{36} y^8$

$r=9$

$T_{10} = {}^{17}C_9 (x^4)^8 y^9$

$T_{10} = {}^{17}C_9 x^{32} y^9$

උදා:

$(1+\lambda x)^n = 1+8x+24x^2+\dots$ නම්, λ හා n සොයන්න.

$(1+\lambda x)^n = {}^nC_0 (\lambda x)^0 + {}^nC_1 (\lambda x)^1 + {}^nC_2 (\lambda x)^2 + \dots$

$= 1 + \frac{n!}{(n-1)!} \lambda x + \frac{n!}{2!(n-2)!} \lambda^2 x^2 + \dots$

$(1+\lambda x)^n = 1 + n\lambda x + \frac{n(n-1)\lambda^2 x^2}{2} + \dots$

$(1+\lambda x)^n = 1+8x+24x^2+\dots$

$8 = n\lambda$ — ①

$\frac{n(n-1)\lambda^2}{2} = 24$

$(n^2-n)\lambda^2 = 48$

$\frac{8}{\lambda} = n$

$\left(\frac{64}{\lambda^2} - \frac{8}{\lambda}\right)\lambda^2 = 48$

$64 - 8\lambda = 48$

$-8\lambda = -16$

$\lambda = +2$

$n = 4$

③ ${}^nC_r$ වල ගුණාංග

ආදර්ශ ගැටළු

① ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$ බව පෙන්වන්න.

LHS

${}^nC_r$

$\dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$

RHS

${}^nC_{n-r}$

$\dfrac{n!}{(n-r)!\,(n+r-n)!}$

$\dfrac{n!}{(r)!\,(n-r)!}$

LHS = RHS

② ${}^nC_r + {}^nC_{r+1} = {}^{n+1}C_{r+1}$ බව පෙන්වන්න

$= {}^nC_r + {}^nC_{r+1}$

$= \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!} + \dfrac{n!}{(r+1)!\,(n-r-1)!}$

$= \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!} + \dfrac{n!}{(r+1)r!\,(n-\cancel{r}1)!}$

$= \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!} + \dfrac{n!}{r!\,(r+1)\,(n-r-1)!}$

$= \dfrac{n!}{(n-r)r!\,(n-r-1)!} + \dfrac{n!}{(r+1)r!\,(n-r-1)!}$

$= \dfrac{n!}{r!\,(n-r-1)!}\left[\dfrac{1}{n-r} + \dfrac{1}{r+1}\right]$

$= \dfrac{n!}{r!\,(n-r-1)!}\;\dfrac{(n+1)}{(n-r)(r+1)}$

$= \dfrac{(n+1)!}{(r+1)!\,(n-r)!} = {}^{n+1}C_{r+1}$

$=$ RHS //

ගැටළු

① $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණයේ 14, 15, 16 වන පදවල සංගුණක සමාන්තර ශ්‍රේඩියක පවතී නම් n සොයන්න

$T_{r+1} = {}^nC_r\, x^r$

$r=13$ / $T_{14} = {}^nC_{13}\, x^{13}$

$r=14$ / $T_{15} = {}^nC_{14}\, x^{14}$

$r=15$ / $T_{16} = {}^nC_{15}\, x^{15}$

${}^nC_{13},\ {}^nC_{14},\ {}^nC_{15}$

සමාන්තර ශ්‍රේඩියක පවතින බැවින්

${}^nC_{14} - {}^nC_{13} = {}^nC_{15} - {}^nC_{14}$ //

$\downarrow$

$n =$ //

② $(1+3x)(1+kx)^{25}$ ප්‍රසාරණයේ x^2 සංගුණකය ලබා දෙන්න

$(1+3x)\left[{}^{25}C_0(kx)^0 + {}^{25}C_1(kx)^1 + {}^{25}C_2(kx)^2 + \cdots\right]$

x^2 සංගුණකය

$3.\,{}^{25}C_1 k + {}^{25}C_2 k^2$ //

1ull

35

⑥ සංයුක්තවල සම්බන්ධතා ආශ්‍රිත ගැටළු

[1] කම් සංයුක්තක අතර සම්බන්ධතා ගැටළු

[2] සංයුක්තක 2ක ගුණිත අතර සම්බන්ධතා ගැටළු

⑤ [1] කම් සංයුක්තක අතර සම්බන්ධතා ආශ්‍රිත ගැටළු

** මෙවැනි ගැටළුවලදී ප්‍රසාරණයේදී ඇත්තා
මෙහි ඇති සංයුක්ත අතර ප්‍රසාරණයේ
දී සාමාන්‍ය පෙනෙන $(1+x)^n$
ප්‍රසාරණය ලියා සුදුසු අගයක
ආදේශ කරන්න.

Note: $C_1 = {}^nC_1$,
$C_2 = {}^nC_2$,
$C_3 = {}^nC_3$

උදා ① $(1+x)^6$ ප්‍රසාරණය
භාවිතයෙන් පහත එක්තුව
ප්‍රකාශනයේ අගයන් සොයන්න ,I), II)

I) ${}^6C_0 + {}^6C_1 + \dots + {}^6C_6$

II) ${}^6C_0 + 5\,{}^6C_1 + 5^2\,{}^6C_2 + \dots + 5^6\,{}^6C_6$

සුදුසු ආදේශයෙන්

III) $C_0 + \frac{1}{2}C_1 + \frac{1}{4}C_2 + \dots + \frac{1}{2^n}C_n$

$(1+x)^6 = {}^6C_0x^0 + {}^6C_1x^1 + \dots + {}^6C_6x^6$
└①

① ට, $x = 1$ ආදේශයෙන්

I) $(2)^6 = {}^6C_0 + {}^6C_1 + \dots + {}^6C_6$ //

II) ① ට $x = 5$ ආදේශයෙන්

$(6)^6 = {}^6C_0 + 5\,{}^6C_1 + \dots + 5^6\,{}^6C_6$ //

~~$x = 1/2$ ආදේශයෙන්~~

~~(III) $(\frac{3}{2})^6 =$~~

$(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_2x^2 + \dots + {}^nC_nx^n$

$(1+x)^n = C_0 + C_2x^2 + \dots + C_nx^n$
└①

① , $x = \frac{1}{2}$ ආදේශයෙන්

III) $(\frac{3}{2})^n = C_0 + C_2\frac{1}{4} + \frac{1}{8}C_3 + \dots + \frac{1}{2^n}C_n$ //

② $(1+x)^8$ ප්‍රසාරණය භාවිතයෙන්
${}^8C_0 + {}^8C_2 + {}^8C_4 + {}^8C_6 + {}^8C_8$
$= {}^8C_1 + {}^8C_3 + {}^8C_5 + {}^8C_7$ බව පෙන්වන්න

$(1+x)^8 = {}^8C_0x^0 + {}^8C_1x^1 + {}^8C_2x^2 + \dots + {}^8C_8x^8$
└①

$x = -1$ ආදේශයෙන්

$0^8 = {}^8C_0 - {}^8C_1 + {}^8C_2 + \dots - {}^8C_7 + {}^8C_8$

${}^8C_0 + {}^8C_2 + {}^8C_4 + {}^8C_6 + {}^8C_8$
$= {}^8C_1 + {}^8C_3 + {}^8C_5 + {}^8C_7$

${}^8C_0 + {}^8C_2 + {}^8C_4 + {}^8C_6 + {}^8C_8$
$= {}^8C_1 + {}^8C_3 + {}^8C_5 + {}^8C_7$ //

③ $(1+x)^6$ ප්‍රසාරණය කරන්න
i) ${}^6C_0 + {}^6C_2 + {}^6C_4 + {}^6C_6$ ට අගය.
ii) ${}^6C_1 + {}^6C_3 + {}^6C_5$ අගය

$$(1+x)^6 = {}^6C_0 x^0 + {}^6C_1 x + {}^6C_2 x^2 + {}^6C_3 x^3 + \dots + {}^6C_6 x^6 \quad -①$$

① ට $x = 1$ ආදේශයෙන්

$$2^6 = 1 + {}^6C_1 + {}^6C_2 + {}^6C_3 + \dots + {}^6C_6 \quad -②$$

①, $x = -1$ ආදේශයෙන්

$$0 = 1 - {}^6C_1 + {}^6C_2 - {}^6C_3 + \dots + {}^6C_6 \quad -③$$

② + ③

$$2^6 = 2 + 2\,{}^6C_2 + 2\,{}^6C_4 + \dots + 2\,{}^6C_6$$

$$2^5 = 1 + {}^6C_2 + {}^6C_4 + {}^6C_6$$

$$2^5 = {}^6C_0 + {}^6C_2 + {}^6C_4 + {}^6C_6$$

② − ③

$$2^6 = 2\,{}^6C_1 + 2\,{}^6C_3 + \dots + 2\,{}^6C_5$$

$$2^5 = {}^6C_1 + {}^6C_3 + {}^6C_5$$

④ $C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + \dots + nC_n$ හි අගය සොයන්න.

$$(1+x)^n = 1 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + \dots + C_n x^n \quad -①$$

① x විෂයෙන් අවකලනය කිරීම.

$$n(1+x)^{n-1} \cdot 1 = C_1 + C_2\, 2x^1 + C_3\, 3x^2 + \dots + C_n n x^{n-1} \quad -②$$

②, $x = 1$ ආදේශයෙන්

$$n(2)^{n-1} = C_1 + 2C_2 + 3C_3 + \dots + nC_n$$

⑤ $C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} + \dots + \frac{C_n}{n+1}$ හි අගය සොයන්න

$$(1+x)^n = C_0 x^0 + C_1 x + C_2 x^2 + \dots + C_n x^n \quad -①$$

① අනුකලනය කිරීම.

$$\frac{(1+x)^{n+1}}{n+1} = \frac{C_0 x^1}{1} + \frac{C_1 x^2}{2} + \frac{C_2 x^3}{3} + \dots + C_n \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$$

$x = 1$ විට.

$$\frac{2^{n+1}}{2} = C_0 + \frac{C_1}{2} + \dots$$

$$2^n = C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \dots + \frac{C_n}{(n+1)} + k$$

මෙහි k සොයා ගත යුතුය
k ට සොයා ගැනීමට
K සෙවීමට $x = 0$ ආදේශ කරමු

$$\frac{1^{n+1}}{n+1} = k$$

$$2^n - \frac{1}{(n+1)} = C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \dots + \frac{C_n}{(n+1)}$$

④ බෙදීම ආශ්‍රිත ගැටළු

[illegible] ප්‍රසාරණයේ [illegible] [illegible] ප්‍රකාශ කරයි

① $(a+b)^n - a^n - b^n$ ප්‍රකාශනය ab මගින් බෙදෙනවා

$(a+b)^n - a^n - b^n$

$= \left({}^nC_0 a^n b^0 + {}^nC_1 a^{n-1} b^1 + \dots + {}^nC_n a^0 b^n \right) - a^n - b^n$

$= \left[\cancel{a^n} + {}^nC_1 a^{n-1} b^1 + \dots + \cancel{b^n} \right] \cancel{-a^n} \cancel{-b^n}$

$= ab \left[\underbrace{\qquad\qquad}_{k} \right]$

$= ab\,k$ ආකාරයි $\therefore$ ab න් බෙදේ

② ධන නිඛිල n සඳහා $3^{2n+2} - 8n - 9$; ප්‍රකාශනය 64 න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න

$(3^2)^{n+1} - 8n - 9$

$(9)^{n+1} - 8n - 9$

$(9 \cdot 9^n) - 8n - 9$

$9(1+8)^n - 8n - 9$

$9\left[1 + {}^nC_1 8 + {}^nC_2 8^2 + \dots + {}^nC_n 8^n \right] - 8n - 9$

$9\left[\cancel{1} + n8 + \dots \right] - 8n - \cancel{9}$

$\cancel{72}n - 8n + 9[\qquad]$

$64n + 9 \cdot 64[\qquad]$

$64[n + 9[\qquad]]$

$64k$ ආකාරයි

$\therefore$ 64 න් බෙදේ.

⑤ සංගුණක හා ද්විපද සංගුණක ආශ්‍රිත ගැටළු.

⑥ [2] සංගුණක 2ක ගුණිතවල ආශ්‍රිත ගැටළු

① $C_0C_1 + C_1C_2 + C_2C_3 + \dots + C_{n-1}C_n$ හි අගය සොයන්න

මෙහිදී [illegible] ප්‍රසාරණ [illegible] $(1+x)^n$ හා $\left(1+\frac{1}{x}\right)^n$ ප්‍රසාරණ දෙකේ ගුණිතය ගනී.

①
$(1+x)^n = (C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots + C_nx^n)$ — ①

②
$\left(1+\frac{1}{x}\right)^n = \left(C_0 + C_1\frac{1}{x} + \dots + C_n\frac{1}{x^n}\right)$ — ②

① × ② (x^{-1}) සංගුණකය සොයමු

$C_0C_1\frac{1}{x} + C_1C_2\frac{1}{x} \dots + C_{n-1}C_n$

x^{-1} සංගුණකය $= C_0C_1 + C_1C_2 + \dots + C_{n-1}C_n$

③ exe LHS සංගුණකය [illegible]

$(1+x)^n\left(\frac{x+1}{x}\right)^n = \dfrac{(x+1)^{2n}}{x^n}$

$T_{r+1} = \dfrac{{}^{2n}C_r x^r}{x^n}$

$T_{r+1} = {}^{2n}C_r x^{(r-n)}$

④ x^{-1} හි සංගුණකය

$r - n = -1$ විටදී

$r = (n-1)$

$T_n = {}^{2n}C_{n-1} x^{-1}$

$\therefore$ සංගුණක දෙක සමාන වේ.

${}^{2n}C_{n-1} = C_0C_1 + C_1C_2 + \dots$

$\dfrac{2n!}{(n-1)!\,(n+1)!} = C_0C_1 + C_1C_2 + \dots$

$$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$$

$$\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$$

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය හා
ද්විපද ප්‍රසාරණය ඇසුරෙන්
පෙන්වන්න

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^3 = \cos 3\theta + i\sin 3\theta \quad \text{—①}$$

(∵ ද මුවාවර් ප්‍රමේයයෙන්)

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^3$$

$$= \cos^3\theta + 3i\cos^2\theta\sin\theta + 3i^2\cos\theta\sin^2\theta + i^3\sin^3\theta \quad \text{—②}$$

[ද්විපද ප්‍රසාරණය

$$① = ②$$

$$\cos 3\theta + i\sin 3\theta = (\cos^3\theta - i\sin^3\theta) + 3i\cos\theta\sin\theta(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$\cos 3\theta + i\sin 3\theta = \cos^3\theta + i\,3\cos^2\theta\sin\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta - i\sin^3\theta$$

$$(\cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta) + i(3\cos^2\theta\sin\theta - \sin^3\theta) = \cos 3\theta + i\sin 3\theta$$

තාත්වික හා අතාත්වික කොටස් සමාන කිරීමෙන්.

තාත්වික → $\cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^3\theta = \cos 3\theta$

$$\cos 3\theta = \cos^3\theta - 3\cos\theta(1 - \cos^2\theta)$$

$$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$$

අතාත්වික → $3\cos^2\theta\sin\theta - \sin^3\theta = \sin 3\theta$

$$\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$$